“Pregúntate si lo que estás haciendo hoy te acerca al lugar en el que quieres estar mañana”

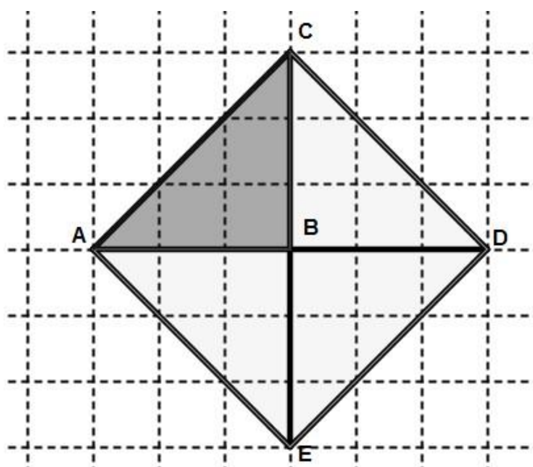
Unidad didáctica

Números

Unidad didáctica $\mathbb{R}$
Números Reales
Números irracionales en diferentes contextos

Situación problema

Suponga que en la siguiente figura el segmento BC mide 1 m, ¿cuánto mide el área en m² del cuadrado ACDE?



¿Qué sucedería si se solicita la misma área, pero se dice que AD mide 2 m?

¡¡¡¡Compartamos los resultados con docente y compañeros!!!!!

GUIA DE EJERCICIOS

A continuación, se le brindan una serie de ejercicios relacionados a los conceptos básicos de los números reales, resolverlos de manera que se desarrollen todos los pasos necesarios para responder a cada interrogante

Resuelva cada una de las siguientes situaciones, haciendo uso de estrategias numéricas alternativas. Utilice calculadora.

1. Identifique cuales de los siguientes números son irracionales, escribiendo dentro del recuadro SI en el caso que lo sea y NO en caso contrario.

Número	Clasificación	Número	Clasificación
a. $\sqrt{25}$		b. $\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$	
c. $-7\sqrt{11}$		d. $\frac{1+\sqrt{4}}{2}$	
e. $3{,}456$		f. $\frac{-1}{2}$	
g. $\frac{-21}{7}$		h. $\sqrt{2}$	
i. $\frac{\sqrt{1+\sqrt{3}}}{4}$		j. $2+\sqrt{7}$	
k. $\frac{\sqrt{3}}{2}$		l. $\sqrt[5]{6}$	
m. $\sqrt[8]{53}$		n. -6.842154	

2. A continuación, se le muestran expresiones de números reales, determine cuál de ellos posee una expansión decimal infinita no periódica, periódica o exacta escribiendo el nombre sobre la línea respectiva.

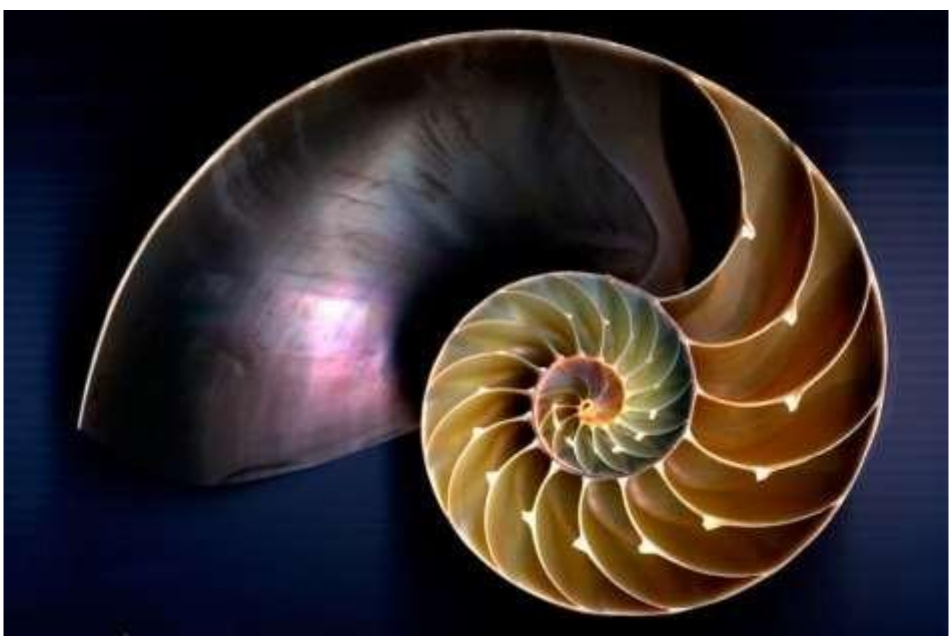
Número	Clasificación	Número	Clasificación
a. $\sqrt{3}$		b. $\frac{1}{2}$	
c. $\frac{1}{3}$		d. $\sqrt[6]{25}$	
e. $\sqrt{\frac{8}{3}}$		f. $\frac{\sqrt{25}}{2}$	
g. $\sqrt{5+\sqrt{3}}$		h. $\sqrt[3]{\frac{3}{7}}$	
i. $\frac{1}{8}$		j. $\frac{-9}{27}$	
k. $\sqrt{21}$		l. $\sqrt[7]{\frac{2}{3}}$	

3. Determine cuál de los siguientes números es real $(\mathbb{R})$ y cual es un número no real $(\boldsymbol{i})$.

Número	Clasificación	Número	Clasificación
a. $\sqrt{-2}$		b. $\sqrt{2}$	
c. $\sqrt[3]{4}$		d. $\sqrt{1-9}$	
e. $\sqrt{3-\sqrt{25}}$		f. $\sqrt[3]{-27}$	
g. $\sqrt{\frac{-3}{4}}$		h. $-9+\sqrt{5}$	
i. $\sqrt[6]{2+\sqrt{3}}$		j. $\sqrt{9-21}$	
k. $\sqrt[3]{81}$		l. $\sqrt{2-\sqrt{17}}$	

Conociendo a los números irracionales

π φ e



GUIA DE EJERCICIOS

A continuación, se le brindan una serie de ejercicios relacionados a los números irracionales π φ e, resolverlos de manera que se desarrollen todos los pasos necesarios para responder a cada interrogante

1. Con ayuda de la calculadora científica utilice la siguiente expresión para determinar aproximaciones decimales. Utilizando los valores de n mostrados.

n	1	2	3	50	100	800	950	2000	5000
$\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$									

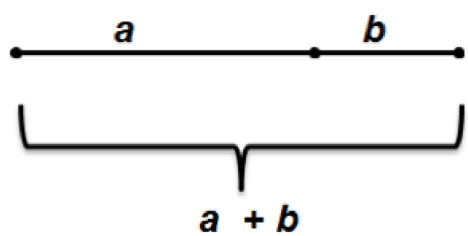
Después de los cálculos anteriores responda:

a. ¿Qué sucede conforme aumenta el valor de *n*?

b. ¿Los resultados obtenidos son números racionales? Reflexione su respuesta

Compare los resultados obtenidos con la aproximación correcta del número $e \approx 2.718281828 \ldots$

2. Para la construcción de φ se debe realizar lo siguiente:



El número φ llamado número de oro surge de la división en dos de un segmento guardando las siguientes proporciones: La longitud total $a + b$ es al segmento más largo a, como a es al segmento más corto b, es decir, se llega a la ecuación algebraica $\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b}$ en la cual si se sustituye φ por $\frac{a}{b}$ se llega a la expresión:

φ por se llega a la expresión:
b

$$\varphi + 1 = \varphi^2 \Leftrightarrow \varphi^2 - \varphi - 1 = 0$$

Cuya solución positiva al resolver dicha ecuación es la de $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ la cual es el número φ.

Con base a la anterior demostración responda:

a. ¿Cuál es la expansión decimal aproximada de φ?

$$\varphi + 1 = \varphi^2 \Leftrightarrow \varphi^2 - \varphi - 1 = 0$$

Cuya solución positiva al resolver dicha ecuación es la de $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ la cual es el número $\boldsymbol{\varphi}$.

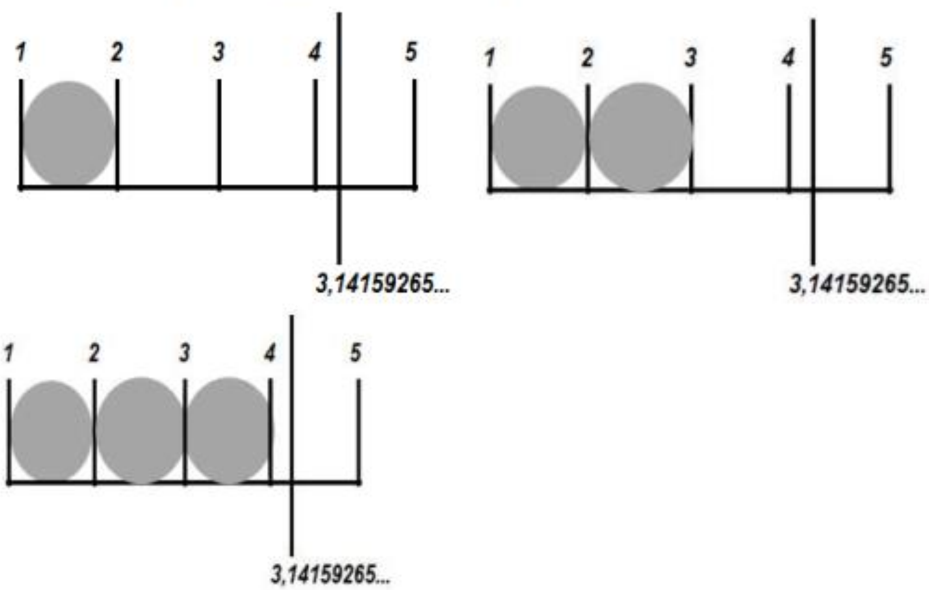
Con base a la anterior demostración responda:

a. ¿Cuál es la expansión decimal aproximada de $\boldsymbol{\varphi}$?

b. ¿Cuál es la expansión decimal de la expresión $\boldsymbol{\varphi}^2$?

c. ¿Qué sucede con la expresión $\frac{1}{\varphi}$?

3. El número pi (π) surge a partir de la implementación del siguiente diagrama:



Razone: ¿a qué se debe la parte entera y la expansión decimal de dicho número irracional?

3. Utilice calculadora para aproximar la expansión decimal de los siguientes números

a. $\sqrt[3]{0,21}$ = ________________________________

b. $\sqrt[4]{6,3}$ = ________________________________

c. $\sqrt{3}$ = ________________________________

d. $\frac{\pi+1}{3}$ = ________________________________

e. $\sqrt{e}+1$ = ________________________________

f. $\frac{\pi+e}{3}$ = ________________________________

g. $\sqrt{\pi}$ = ________________________________

h. $\frac{\sqrt{5}}{\pi}$ = ________________________________

i. $\sqrt[3]{25}$ = ________________________________

j. $\sqrt[4]{7}$ = ________________________________

k. $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ = ________________________________

l. $\frac{\sqrt{1+\sqrt{3}}}{2}$ = ________________________________

m. $\frac{-3+\sqrt{2}}{3}$ = ________________________________

n. $\sqrt{2}+\sqrt{5}$ = ________________________________

o. $\pi+\pi$ = ________________________________

p. $2\sqrt{5}-1$ = ________________________________

q. $-\sqrt{8}+8$ = ________________________________

r. $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ = ________________________________

s. $\sqrt[3]{\frac{4}{5}}$ = ________________________________

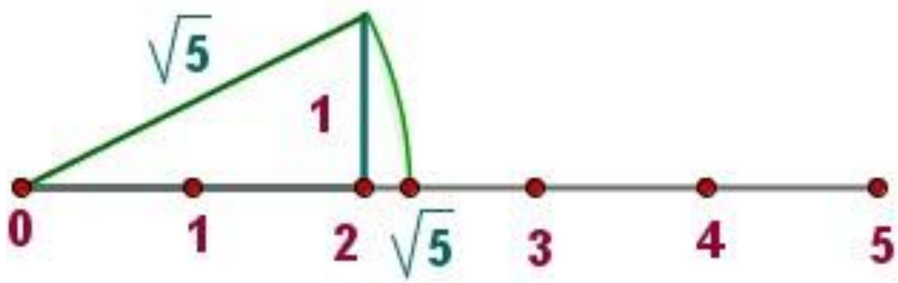
t. $\sqrt[5]{\frac{-2}{3}}$ = ________________________________

u. $\sqrt[4]{345}$ = ________________________________

v. π^2 = ________________________________

w. e^{-1} = ________________________________

Relaciones de orden y ubicación en la recta numérica de números irracionales



Aplicando Conceptos

Ejemplo 1

Determine entre que par de números enteros consecutivos se encuentran los siguientes números reales:

a. $2\sqrt{3}$
b. $-\sqrt{17}$

Solución:

Primeramente, debemos pasar dichos números a su notación decimal para poder observar su comportamiento. Según lo visto en clase, tenemos que $2\sqrt{3} \approx 3{,}4641\ldots$ por lo que se encuentra entre los números enteros 3 y 4, mientras que $-\sqrt{17} \approx -4{,}1231\ldots$ que indica que se encuentra en los enteros -5 y -4.

Ejemplo 2

Escriba >, < o = según corresponda

a. $\frac{\pi}{e}$_____$\frac{2e}{\pi}$
b. $-\sqrt[4]{4}$_____ $-2\sqrt{\pi}$

Solución:

Para este tipo de ejercicios al igual que el anterior, es conveniente pasar nuevamente a expansión decimal.

Por eso tenemos que $\frac{\pi}{e}$_____$\frac{2e}{\pi}$ es equivalente a decir aproximadamente que $1{,}16$_____$1{,}73$ con lo que el símbolo correcto seria $\frac{\pi}{e} < \frac{2e}{\pi}$.

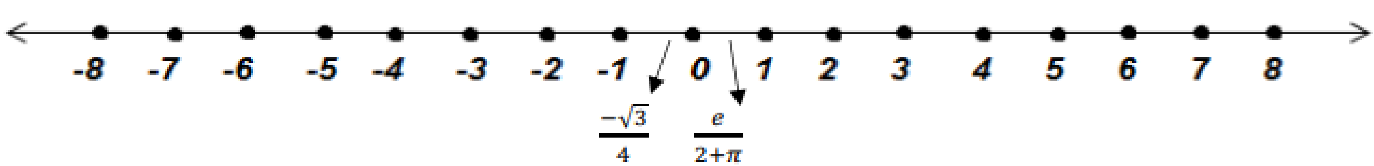
De manera similar llegamos a determinar que $-\sqrt[4]{4}$_____ $-2\sqrt{\pi}$ es equivalente a decir aproximadamente que $-1{,}41$___ $-3{,}54$ con lo que el símbolo correcto seria $-\sqrt[4]{4} > -2\sqrt{\pi}$

Ejemplo 3

Determine la ubicación de los números $\frac{-\sqrt{3}}{4}$ y $\frac{e}{2+\pi}$ en la recta numérica

Solución

De manera análoga que los ejercicios anteriores, vamos a pasar a notación decimal dichos numerales $\frac{-\sqrt{3}}{4} \approx -0{,}43$ y $\frac{e}{2+\pi} \approx 0{,}52$. Por lo que la ubicación seria la siguiente:



GUIA DE EJERCICIOS

A continuación, se le brindan una serie de ejercicios relacionados a los principios básicos de los números irracionales, resolverlos de manera que se desarrollen todos los pasos necesarios para responder a cada interrogante

1. Determine entre qué par de números enteros consecutivos se encuentra cada número irracional dado.

		Número				Número	
a.	________	$\sqrt{3}$	________	**b.**	________	$\frac{\sqrt{5}}{2}$	________
c.	________	$\sqrt[6]{23}$	________	**d.**	________	$\sqrt{e}$	________
e.	________	$\pi + 1$	________	**f.**	________	$\sqrt[3]{-9}$	________
g.	________	$\sqrt{\frac{3}{2}}$	________	**h.**	________	$\frac{\sqrt{2}+8}{6}$	________
i.	________	π^2	________	**j.**	________	$e^2 + 1$	________
k.	________	$\frac{e+9}{5}$	________	**l.**	________	$\sqrt{\sqrt{2}+8}$	________
m.	________	$\sqrt{0{,}5 + e}$	________	**n.**	________	$\sqrt{\pi^3}$	________

2. Determine un número irracional que se encuentre entre cada pareja de números enteros consecutivos dados.

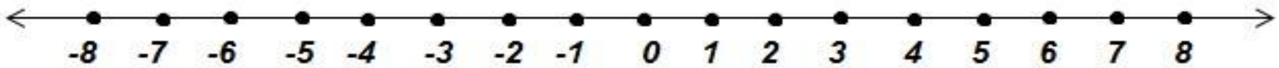
		Irracional				Irracional	
a.	3	_______	4	**b.**	19	_______	20
c.	7	_______	8	**d.**	-31	_______	-30
e.	10	_______	11	**f.**	33	_______	34
g.	-4	_______	-3	**h.**	-101	_______	-100
i.	-23	_______	-22	**j.**	11	_______	12
k.	0	_______	1	**l.**	25	_______	26
m.	7	_______	8	**n.**	40	_______	41

3. Escriba los signos <, > o = según corresponda.

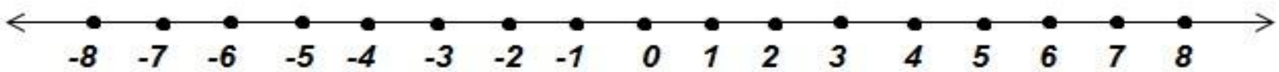
a.	$\frac{\pi}{2}$	_______	1,57	**b.**	$\frac{\pi}{4}$	_______	$\frac{2}{3}e$
c.	$\sqrt{3}$	_______	$\sqrt{2}$	**d.**	$\sqrt{3}$	_______	2,14
e.	$\sqrt{5}$	_______	$\sqrt{7}$	**f.**	$\sqrt{8}$	_______	$\sqrt[3]{6}$
g.	π	_______	e	**h.**	$-2e$	_______	$\sqrt{3+3}$
i.	$\frac{-2}{3}$	_______	$\frac{\sqrt{5}}{4}$	**j.**	$\frac{1+\sqrt{5}}{3}$	_______	1,86
k.	$\sqrt{3\pi}$	_______	e	**l.**	$-5{,}7$	_______	$\sqrt[3]{26}$
m.	$\frac{\pi+\pi}{\pi}$	_______	2	**n.**	$\sqrt{9}+8$	_______	$\sqrt[5]{35}$
o.	$-e$	_______	$-\pi$	**p.**	$\sqrt[7]{-9}$	_______	-2.5
q.	$3e$	_______	8,15	**r.**	$\sqrt{6}$	_______	$\sqrt[3]{34}$

4. A continuación, se le muestran una serie de rectas numéricas con ciertos números irracionales, los cuales deberá de colocar destacándolos con una flecha.

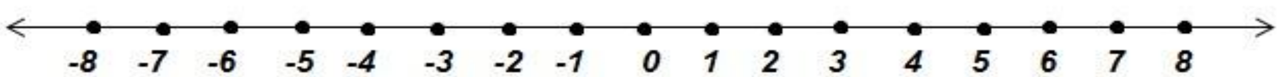
a. π $\quad -2\sqrt{3}$ $\quad 2\pi$ $\quad \sqrt{3}+2$ $\quad -\sqrt{5}$ $\quad \pi - e$



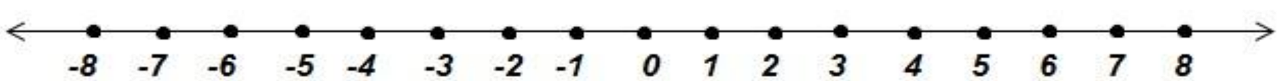
b. $\pi + 2$ $\quad -\sqrt{2}$ $\quad 2\sqrt{2}$ $\quad 3+\sqrt{2}$ $\quad \sqrt{5}$



c. $\sqrt{2}$ $\quad \sqrt[3]{-17}$ $\quad \sqrt{8}$ $\quad -\sqrt{\frac{47}{2}}$ $\quad \sqrt[5]{\frac{-2}{3}}$



d. $-3\sqrt{3}$ $\quad 2\sqrt{5}$ $\sqrt{2}+\sqrt{5}$ $\quad \sqrt{3}-\sqrt{5}$ $-\sqrt{5}+1$ $\quad \pi+\pi$



Trabajo cotidiano # 1

Institución: ____________________________

Profesor: ______________________________

Nombre del estudiante: ____

Unidad: Números

Fecha: ______________________ Periodo: _________________

Indicadores	**Nivel de desempeño**		
	(A) Logrado 3 puntos	**(B) logrado Parcial 2 puntos**	**(C) En proceso 1 punto**
Habilidades: - **Comparar y ordenar números irracionales representados en notación decimal y radical.** - **Representar números reales en la recta numérica, con aproximaciones apropiadas.**			
(A) Se evidencia comprensión total de las actividades propuestas para cada indicador. Incluye todos los elementos requeridos en la actividad.			
(B) Se evidencia comprensión parcial de las actividades propuestas para cada indicador. Incluye un alto porcentaje de los elementos requeridos para la actividad.			
(C) No comprendió las actividades planteadas por lo que requiere acompañamiento.			

Instrucciones: Resuelva de manera completa, clara y precisa cada uno de los siguientes ejercicios. De requerir hojas adicionales proceda a adjuntarlas a su trabajo.

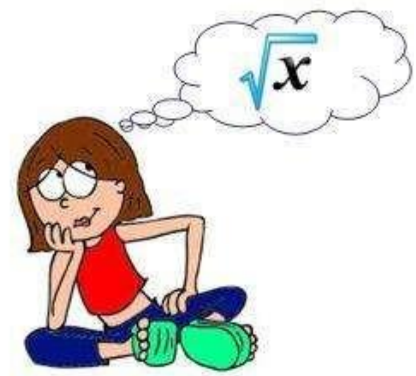
1. Determine 5 números irracionales que estén entre los números enteros consecutivos -4 y -3.

2. Determine 4 números irracionales que estén entre los números irracionales $e \; y \; \pi$.

Orden en los números irracionales y aproximación de raíces

Situación problema 

Determine una estrategia para determinar la expansión decimal de las siguientes raíces SIN UTILIZAR CALCULADORA.



a. $\sqrt[3]{24}$

b. $\sqrt[5]{-39}$

Aplicando Conceptos

Ejemplo 1

Sin utilizar la calculadora aproxime la siguiente raíz $\sqrt[4]{17}$

Solución:

Primeramente, debemos de aplicar la siguiente relación

$$\sqrt[n]{m} = x \Leftrightarrow x^n = m$$

Es decir, debemos pasar a notación de potencia dicha raíz

$$\sqrt[4]{17} = x \Leftrightarrow x^4 = 17$$

Con esto lo que debemos es ir dado valores que aproximen lo más que se pueda al 17. Primeramente, se inicia con enteros para luego irle agregando progresivamente decimales al mismo.

Para $x = 1$ $\quad (1)^4 = 1$

Para $x = 2$ $\quad (2)^4 = 16$

Para $x = 2,1$ $\quad (2,1)^4 \approx 19,45$

Como se nos pasa de 17 vamos variando dicho decimal

Para $x = 2,01$ $\quad (2,01)^4 \approx 16,32$

Para $x = 2,02$ $\quad (2,02)^4 \approx 16,65$

Para $x = 2,03$ $\quad (2,03)^4 \approx 16,98$

Que al dar una aproximación muy cercana a 17, concluimos que $x \approx 2,03$

Ejemplo 2

Sin utilizar la calculadora aproxime la siguiente raíz $\sqrt[6]{124}$

Solución:

Trabajando de manera análoga que el ejercicio anterior, tenemos que

$$\sqrt[6]{124} = x \Leftrightarrow x^6 = 124$$

Con esto evaluamos

Para $x = 1$ $\quad (1)^6 = 1$

Para $x = 2$ $\quad (2)^6 = 64$

Para $x = 3$ $\quad (3)^6 = 729$ (se nos pasa demasiado por lo que descartamos dicho entero)

Para $x = 2,1$ $\quad (2,1)^6 \approx 85,77$

Para $x = 2,23$ $\quad (2,23)^6 \approx 122,98$

Como se nos pasa de 124 vamos variando dicho decimal

Para $x = 2,24$ $\quad (2,24)^6 \approx 126,32$

Para $x = 2,231$ $\quad (2,231)^6 \approx 123,31$

Como se nos pasa de 17 vamos variando dicho decimal

Para $x = 2{,}2$ $\quad (2{,}2)^6 \approx 113{,}38$

Para $x = 2{,}21$ $\quad (2{,}21)^6 \approx 116{,}51$

Para $x = 2{,}233$ $\quad (2{,}233)^6 \approx 123{,}97$

Que al dar una aproximación muy cercana a 124, concluimos que $x \approx 2{,}233$

GUIA DE EJERCICIOS

A continuación, se le brindan una serie de ejercicios relacionados al orden en los números irracionales, así como aproximación de raíces, resolverlos de manera que se desarrollen todos los pasos necesarios para responder a cada

1. Ordene la siguiente lista de números irracionales de forma descendente.

$\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{3}-1}{e}$	$\sqrt[3]{-25}$	e^2	$-\sqrt{8}$	$2\pi - e$	$\sqrt{378}$	$e+1$	$-\sqrt{3}$	$\frac{2}{\sqrt{7}}$

2. Ordene la siguiente lista de números irracionales de forma ascendente.

$\sqrt{e}$	$1-e^2$	$-\sqrt{\pi}$	$\frac{e}{e}$	$-9e$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\sqrt{8}}{8}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	π	$\sqrt[3]{-5}$

3. Aproxime las siguientes raíces utilizando la siguiente relación:

$$\sqrt[n]{m} = x \Leftrightarrow x^n = m$$

a. $\sqrt[3]{105}$	**b.** $\sqrt[7]{210}$
c. $\sqrt{39}$	**d.** $\sqrt[4]{41}$
e. $\sqrt[3]{-98}$	**f.** $\sqrt[5]{85}$

Operaciones con radicales

Situación problema

Resuelva el siguiente problema:

Abigail y Fernanda son dos practicantes del deporte y todas las mañanas salen a correr en los alrededores de su barrio. El lunes Abigail recorrió $\sqrt{56}\ km$, martes $\sqrt[3]{896}\ km$ y el jueves $\sqrt{74}\ km$. Por otro lado, Fernanda, el lunes recorrió $\sqrt{96}\ km$, martes $\sqrt[4]{864}\ km$ y el jueves $\sqrt[5]{985}\ km$. Determine ¿Cuál de las dos recorrió más distancia entre los tres días? (NO UTILICE CALCULADORA)

Aplicando Conceptos

Ejemplo 1

Determine el resultado final de la operación

$$-2\sqrt{3}+6\sqrt{12}-\sqrt{27}$$

Solución:

Una forma sencilla de realizar la operación es utilizando una calculadora, pero si restringe su uso, debemos aplicar los conceptos de simplificación y aproximación de radicales ya vistos para luego aplicar el orden de las operaciones. Para el desarrollo de dichos ejemplos partiremos del hecho que se utilizará calculadora, aunque la realizaremos paso a paso.

$-2\sqrt{3}+6\sqrt{12}-\sqrt{27}$	Primeramente, factorizamos los radicales $\sqrt{12}\ y\sqrt{27}$
$-2\sqrt{3}+6\cdot 2\sqrt{3}-3\sqrt{3}$	Realizamos el producto de $6\cdot 2\sqrt{3}$
$-2\sqrt{3}+12\sqrt{3}-3\sqrt{3}$	Como se observa al ser radicales semejantes conviene realizar lo siguiente
$(-2+12-3)\sqrt{3}$	
$7\sqrt{3}$	

Ejemplo 2

Resuelva la siguiente operación con radicales

$$\frac{\sqrt{18}}{3}\left(7\sqrt{2}+\sqrt{8}-\sqrt{2}\right)$$

Solución:

Trabajando de manera análoga al ejercicio anterior, tenemos que:

$\frac{\sqrt{18}}{3}(7\sqrt{2}+\sqrt{8}-\sqrt{2})$	Primeramente, factorizamos los radicales $\sqrt{18}\ y\sqrt{8}$
$\frac{3\sqrt{2}}{3}(7\sqrt{2}+2\sqrt{2}-\sqrt{2})$	Realizamos el cociente de $3\sqrt{2}\div 3$
$\sqrt{2}(7\sqrt{2}+2\sqrt{2}-\sqrt{2})$	Como se observa al ser radicales semejantes conviene realizar lo siguiente
$\sqrt{2}(8\sqrt{2})$	Procedemos a realizar el producto final.
$8\sqrt{2\cdot 2}$	
16	

Ejemplo

Racionalice el denominador de la siguiente expresión

$$\frac{-2}{\sqrt{3}}$$

Solución:

Racionalizar implica eliminar el radical de dicho denominador, esto lo realizamos multiplicando y dividiendo por el mismo

$$\frac{-2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

Ahora multiplicando como lo hacemos en las fracciones, tenemos que

$$\frac{-2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{-2\sqrt{3}}{\sqrt{3 \cdot 3}} = \frac{-2\sqrt{3}}{3}$$

GUIA DE EJERCICIOS

A continuación, se le brindan una serie de ejercicios relacionados a las operaciones con radicales, resolverlos de manera que se desarrollen todos los pasos necesarios para responder a cada interrogante

1. Resuelva las siguientes operaciones con radicales utilizando calculadora. Utilice seis decimales después de la parte entera del número irracional.

Número	Expansión decimal
a. $3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - \sqrt{2}$	
b. $4\sqrt{7} - 2\sqrt{7} + \sqrt{7}$	
c. $3\sqrt{5} + 5\sqrt{2} - \sqrt{5}$	
d. $2\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + \sqrt{2}$	
e. $2\sqrt{5} + 3\sqrt{5} + 5\sqrt{5} - 4\sqrt{5}$	
f. $\sqrt{12} - 3\sqrt{3} + 2\sqrt{75}$	

g. $\sqrt{108}-\sqrt{27}-\sqrt{75}$	
h. $\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[5]{5}$	
i. $2\sqrt{12}-3\sqrt{75}+\sqrt{27}$	
j. $\sqrt{18}+\sqrt{50}+\sqrt{2}-\sqrt{8}$	
k. $3\sqrt[3]{2}-2\sqrt[3]{2}-5\sqrt[3]{2}$	
l. $2\sqrt{6}+3\sqrt{12}-8\sqrt{18}$	

2. Racionalice los siguientes denominadores. (Breve introducción a la racionalización de radicales).

a. $\frac{21}{\sqrt{3}}$ **b.** $\frac{-3}{\sqrt{7}}$ **c.** $\frac{2}{\sqrt{2}}$

d. $\frac{3}{\sqrt{6}}$ **e.** $\frac{-1}{2\sqrt{5}}$ **f.** $\frac{-8}{\sqrt{7}}$

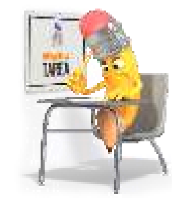
3. Racionalice los siguientes numeradores

a. $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$ **b.** $\frac{\sqrt{2}+1}{3-\sqrt{2}}$ **c.** $\frac{\sqrt{45}-\sqrt{20}}{\sqrt{5}}$

d. $\frac{\sqrt{20}-\sqrt{50}}{\sqrt{5}}$ **e.** $\frac{\sqrt{15}-3}{\sqrt{3}}$ **f.** $\frac{2-\sqrt{2}}{8}$

g. $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{3}$ **h.** $\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$ **i.** $\frac{\sqrt{2}-1}{3}$

j. $\frac{4+\sqrt{3}}{3}$ **k.** $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}$ **l.** $\frac{5+2\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$

Trabajo Extra clase (tarea)# 1 Institución: ____________________ Profesor: ____________________ Nombre del estudiante: ______________________________ **Unidad: Números** Fecha: ________________ Periodo: ____________	

Indicadores	**Nivel de desempeño**		
	(A) **Logrado** **3 puntos**	**(B) logrado** **Parcial** **2 puntos**	**(C)** **En proceso** **1 punto**
Habilidades: - **Utilizar la calculadora para resolver operaciones con radicales.**			
(A) Se evidencia comprensión total de las actividades propuestas para cada indicador. Incluye todos los elementos requeridos en la actividad.			
(B) Se evidencia comprensión parcial de las actividades propuestas para cada indicador. Incluye un alto porcentaje de los elementos requeridos para la actividad.			
(C) No comprendió las actividades planteadas por lo que requiere acompañamiento.			

Instrucciones: Resuelva de manera completa, clara y precisa las siguientes operaciones con radicales. De necesitar hojas adicionales puede hacerlo.

1. Determine la expansión decimal (seis decimales) de las siguientes operaciones combinadas con radicales.

   a. $(\sqrt{6} \cdot \sqrt{10}) \div \sqrt{3}$

   b. $2\sqrt{3} \cdot 5\sqrt{18} - 3\sqrt{24}$

   c. $-12\sqrt{12} + 8\sqrt{3} - \sqrt{75}$

   d. $2\sqrt{3} + 5\sqrt{27} - \sqrt{48}$

   e. $2\sqrt{75} + \sqrt{28} - \sqrt{12}$

2. Racionalice los denominadores de las siguientes expresiones.

a. $\frac{9+\sqrt{2}}{9-\sqrt{2}}$

b. $\frac{3-\sqrt{5}}{\sqrt{3}-\sqrt{8}}$

c. $\frac{8\sqrt{3}-\sqrt{5}}{8\sqrt{3}+\sqrt{5}}$

d. $\frac{5\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{8}}$

Números muy grandes y muy pequeños (S.I)

Situación problema

Gmail es un servicio de correo electrónico gratuito que ofrece una capacidad de almacenamiento de más de 7 Gb y Google afirma que esta cifra seguirá en aumento. Si un disco compacto (CD) tiene una capacidad de almacenamiento de 650 Mb, ¿cuántos discos compactos (CD) equivaldrían a la capacidad de almacenamiento de Gmail?

Ficha resumen

A continuación, se muestran los prefijos con sus respectivas equivalencias de los múltiplos y submúltiplos del sistema internacional de medidas.

Prefijo		Símbolo	Factor	Equivalente
Múltiplos	Exa	E	10^{18}	1000000000000000000
	Peta	P	10^{15}	1000000000000000
	Tera	T	10^{12}	1000000000000
	Giga	G	10^{9}	1000000000
	Mega	M	10^{6}	1000000
	Kilo	k	10^{3}	1000
	Hecto	h	10^{2}	100
	Deca	da	10^{1}	10
Submúltiplos	Deci	d	10^{-1}	0.1
	Centi	c	10^{-2}	0.01
	Mili	m	10^{-3}	0.001
	Micro	µ	10^{-6}	0.000001
	Nano	n	10^{-9}	0.000000001
	Pico	p	10^{-12}	0.000000000001
	Femto	f	10^{-15}	0.000000000000001
	Atto	a	10^{-18}	0.000000000000000001

Aplicando Conceptos 

Ejemplo 1

Realice la siguiente conversión

$$0{,}485\ km\ a\ pm$$

Solución:

Para este tipo de conversiones vamos a realizar un método muy efectivo y sencillo. Lo primero es determinar el factor de cada unidad $km\ y\ pm$

$km = 10^3$

$pm = 10^{-12}$

Ahora lo que hacemos es **siempre** restar ambos exponentes de los factores en el orden que se dan de izquierda a derecha

$$10_{exponente\ del\ primer\ factor - exponente\ de\ segundo\ factor}$$

Con esto tendríamos que

$$0{,}485\ km\ a\ pm$$

$0{,}485 \cdot 10^{(3)-(-12)} = 0{,}485 \cdot 10^{15} = 485000000000000\ pm$

Ejemplo 2

Realice la siguiente conversión de unidades

$$2344\ mg\ a\ Gg$$

Solución:

De manera análoga al ejercicio anterior, tenemos que

Restando ambos exponentes de los factores en el orden que se dan de izquierda a derecha

$$10_{exponente\ del\ primer\ factor - exponente\ de\ segundo\ factor}$$

Con esto tendríamos que

$$2344\ mg\ a\ Gg$$

$$2344 \cdot 10^{(-3)-(9)} = 2{,}344 \cdot 10^{-9} = 0{,}000000002344 Gg$$

GUIA DE EJERCICIOS

A continuación, se le brindan una serie de ejercicios relacionados a conversión de unidades, resolverlos de manera que se desarrollen todos los pasos necesarios para responder a cada interrogante

1. Resuelva las siguientes conversiones utilizando para ello el S.I.

a. $4,5\ cm$ ______ m **b.** $1609\ mm$ ______ cm

c. $35\ Hm$ ______ Km **d.** $104\ \mu g$ ______ ng

e. $7\ km$ ______ dm **f.** $0,4832 fl$ ______ pl

g. $4,7\ dm$ ______ mm **h.** $2Dm$ ______ mm

i. $123\ mm$ ______ cm **j.** $10Mm$ ______ Km

k. $15\ Zl$ ______ ml **l.** $0,3457mg$ ______ Kg

m. $8,5x10^3\ ng$ ______ mg **n.** $8,38\ l$ ______ ml

o. $1,75x10^{-17}am$ ______ m **p.** $5012\ g$ ______ Kg

q. $1,8x10^{-3}dl$ ______ nl **r.** $2,002\ ml$ ______ l

s. $31\ dg$ ______ Gg **t.** $3062\ m$ ______ dam

2. Resuelva cada uno de los siguientes problemas utilizando las conversiones del S.I.

a. Un agricultor vendió en los primeros días de la semana la siguiente cantidad de maíz: lunes: 0,5 toneladas y 850 kg, martes: 1,2 toneladas y 500 kg. Responda: ¿Cuántos kg de maíz vendió en los dos días? Y ¿Cuánto recibió por todo si por cada kg le pagaron 725 colones?

b. Un bodeguero tiene 3,6 toneladas de arroz. Para vender el arroz prepara bolsas con 6kg cada una. Responda ¿Cuántas de estas bolsas tendrá que llenar? Y si por cada bolsa gana 6750 colones ¿Cuánto ganará en total?

c. Un camión transporta 8 bultos de 325 kg cada uno, y 4 bultos de 475 kg cada uno. Responda: ¿Cuál es el peso en toneladas de los 12 bultos? Y ¿Cuánto se pagó por el transporte de los 12 bultos si la tarifa fue de 250 colones por kg?

d. Si una limón pesa aproximadamente 62,5g ¿Cuántos limones habrá en 3 kg?

e. El lado de un rectángulo es 1,5 m y su ancho 85 cm. Halle en cm el perímetro del rectángulo.

Trabajo cotidiano # 3

Institución: ____________________________

Profesor: ______________________________

Nombre del estudiante: ____

Unidad: Números

Fecha: ______________________ Periodo: _________________

Indicadores	**Nivel de desempeño**		
	(A) **Logrado** **3 puntos**	**(B) logrado** **Parcial** **2 puntos**	**(C)** **En proceso** **1 punto**
Habilidades: **Utilizar los prefijos del Sistema Internacional de Medidas para representar cantidades muy grandes y muy pequeñas.** **Utilizar la calculadora o software de cálculo simbólico como recurso en la resolución de problemas que involucren las unidades.**			
(A) Se evidencia comprensión total de las actividades propuestas para cada indicador. Incluye todos los elementos requeridos en la actividad.			
(B) Se evidencia comprensión parcial de las actividades propuestas para cada indicador. Incluye un alto porcentaje de los elementos requeridos para la actividad.			
(C) No comprendió las actividades planteadas por lo que requiere acompañamiento.			

Instrucciones: Resuelva de manera completa, clara y precisa cada uno de los siguientes ejercicios. De requerir hojas adicionales proceda a adjuntarlas a su trabajo.

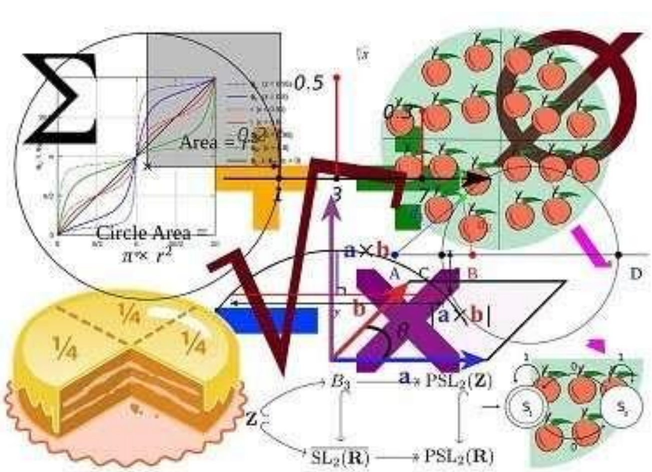
1. Realice las siguientes conversiones

a. $45789\ pm$ ______ Pm **b.** $104{,}18\ fg$ ______ Mg

c. $30\ m$ ______ Hm **d.** $8{,}34\ dam$ ______ Mm

e. $0{,}001\ Tl$ ______ μl **f.** $0{,}483\ Kg$ ______ ng

g. $58\ cm$ ______ m **h.** $5{,}6\ \mu g$ ______ Hg



Relaciones y álgebra

Ficha resumen

Factorización:

$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

$a^2 - b^2 = (a - b)\,(a + b)$

$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

$a^3 - b^3 = (a - b)\,(a^2 + ab + b^2)$

$a^3 + b^3 = (a + b)\,(a^2 - ab + b^2)$

Completar cuadrados:

Sea el polinomio $x^2 + bx + c$ para completar cuadrados se aplica la siguiente relación:

$x^2 + bx + \left(\frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2 + c$

Suma y resta de fracciones algebraicas: se sigue el siguiente procedimiento

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d \pm b \cdot c}{bd}$$

Multiplicación de fracciones algebraicas: se sigue el siguiente procedimiento

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

División de fracciones algebraicas: se sigue el siguiente procedimiento:

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Ecuación cuadrática:

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$

Si $\Delta = 0$ *La ecuación tiene una única solución real.*

Si $\Delta < 0$ *La ecuación no tiene ninguna solución real.*

Si $\Delta > 0$ La ecuación tiene dos soluciones reales.

Las soluciones se determinan mediante la fórmula general: $x = \frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$

Función cuadrática:

Es de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$

Si $a > 0$ $\cup$	Interseca el eje "y" en $(0, c)$	Si $a < 0$ $\cap$
Cóncava hacia arriba	*Si* $\Delta = 0$ Interseca el eje "x" en un punto.	Cóncava hacia abajo
Estrictamente creciente $\left]\frac{-b}{2a}, +\infty\right[$	*Si* $\Delta < 0$ *No interseca al eje "x"*	Estrictamente creciente $\left]-\infty, \frac{-b}{2a}\right[$
Estrictamente decreciente $\left]-\infty, \frac{-b}{2a}\right[$	*Si* $\Delta > 0$ *Interseca al eje "x" en dos puntos.*	Estrictamente decreciente $\left]\frac{-b}{2a}, +\infty\right[$
Ámbito $\left[\frac{-\Delta}{4a}, +\infty\right[$	*Eje de simetría* $x = \frac{-b}{2a}$	Ámbito $\left]-\infty, \frac{-\Delta}{4a}\right]$
	Vértice $\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right)$	

Traslaciones de la función cuadrática

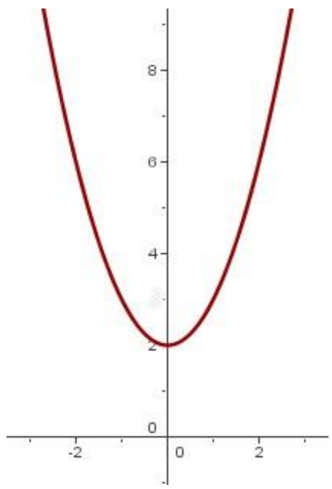
Caso 1: Traslación vertical

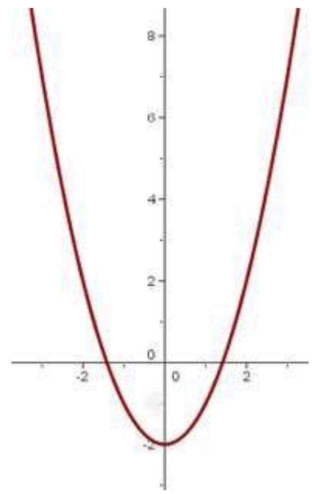
$y = x^2 + k$

Si $k > 0, y = x^2$ se desplaza hacia arriba k unidades.

Si $k < 0, y = x^2$ se desplaza hacia abajo k unidades.

Si $k < 0$, $y = x^2$ se desplaza hacia abajo k unidades.
El vértice de la parábola es: $(0, k)$.
El eje de simetría $x = 0$.





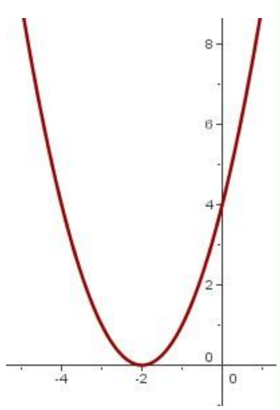
$y = x^2 + 2$ $\qquad\qquad$ $y = x^2 - 2$

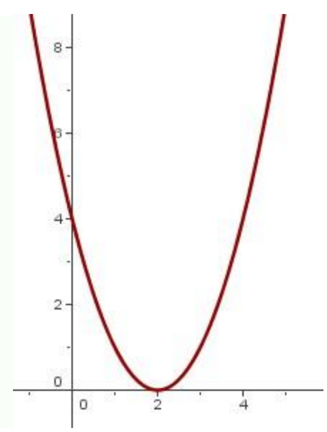
Caso 2: Traslación horizontal

$y = (x + h)^2$

Si $h > 0$, $y = x^2$ se desplaza hacia la izquierda h unidades.

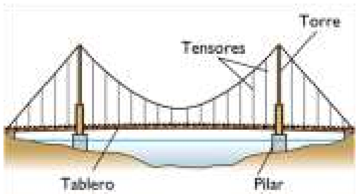
Si $h < 0$, $y = x^2$ se desplaza hacia la derecha h unidades.
El vértice de la parábola es: $(-h, 0)$
El eje de simetría es $x = -h$





$y = (x + 2)^2$ $\qquad\qquad$ $y = (x - 2)^2$

Función cuadrática



Principios básicos

Situación problema

La población de asalariados cubiertos por seguro de salud de la Caja Costarricense de Seguro Social aparece indicada en la siguiente tabla:

Año	Número de asalariados
2000	726 048
2001	727 603
2002	754 731
2003	770 032
2004	800 123
2005	842 139
2006	896 419
2007	972 208
2008	1 054 497
2009	1 038 237
2010	1 075 528

Fuente: Programa Estado de la Nación 2011
http://www.estadonacion.or.cr/

La cantidad de asalariados A cubiertos por seguro de salud puede ser aproximada por el modelo matemático

$$A(t) = 1941t^2 + 20494t + 707542$$

En donde t representa el año, con $t = 0$ correspondiente al año 2000. En este caso la gráfica ¿En qué año la cantidad de asalariados cubiertos por el seguro de salud será 1 500 000 aproximadamente?

Trabajo cotidiano # 4

Institución: ______________________________

Profesor: ________________________________

Nombre del estudiante: ____

Unidad: Relaciones y álgebra

Fecha: ________________________ Periodo: __________________

Indicadores	**Nivel de desempeño**		
	(A) Logrado 3 puntos	**(B) logrado Parcial 2 puntos**	**(C) En proceso 1 punto**
Habilidades: **Identificar situaciones dadas que pueden ser expresadas algebraicamente en la forma $y=ax^2+bx+c$** **Representar tabular, algebraica y gráficamente una función cuadrática.**			
(A) Se evidencia comprensión total de las actividades propuestas para cada indicador. Incluye todos los elementos requeridos en la actividad.			
(B) Se evidencia comprensión parcial de las actividades propuestas para cada indicador. Incluye un alto porcentaje de los elementos requeridos para la actividad.			
(C) No comprendió las actividades planteadas por lo que requiere acompañamiento.			

Instrucciones: Resuelva de manera completa, clara y precisa cada uno de los siguientes ejercicios. De requerir hojas adicionales proceda a adjuntarlas a su trabajo.

A continuación, se le presentan varias funciones cuadráticas dadas en su forma algebraica. A cada una de ellas realícele una tabla con el intervalo dado (tomando los números enteros dentro de él) y luego grafíquelas dentro del mismo intervalo. (Utilice una escala adecuada en cada caso)

a. $y = 3x^2 + 6x - 8$ en $[-5,5]$

b. $y = x^2 - 1$ en $[-6,7]$

c. $-x^2 - 2x + 1$ en $[-8,4]$

d. $y = 2x^2 - 5x + 1$ en $[-1,9]$

e. $x^2 + x - 1$ en $[-5,6]$

f. $y = -9x^2 + x - 2$ en $[-7,1]$

g. $6x^2 + x$ en $[5,12]$

h. $y = x^2 - x + 3$ en $[-8,2]$

División de polinomios

Ficha resumen

Recordemos que si $f(x)$ y $g(x)$ son polinomios, con $g(x)$ no nulo, entonces se debe cumplir que:

$$\frac{f(x)}{g(x)} = q(x) + \frac{r(x)}{g(x)}$$

Donde:

$$q(x) = Cociente$$

$$r(x) = Resto$$

$$f(x) = Dividendo$$

$$g(x) = Divisor$$

Aplicando Conceptos

Ejemplo 1

Realice la siguiente división de polinomios entre monomio

$$(7m^4n^2 + 14m^8n^9 - 21m^{15}n^{12}) \div -7m^3n$$

Solución:

Para este tipo de operaciones primeramente se debe separar el monomio con cada término que compone el polinomio para posterior a esto dividir cada monomio aplicando las respectivas reglas vistas en el nivel de octavo. (conservo la base y resto los exponentes en literales idénticos)

$$\frac{7m^4n^2}{-7m^3n} + \frac{14m^8}{-7m^3n} - \frac{21m^{15}n^{12}}{-7m^3n}$$

Ahora dividamos los coeficientes numéricos

$$-1m^{4-3}n^{2-1} - 2m^{8-3}n^{9-1} + 3m^{15-3}n^{12-1}$$

$$-m^1n^1 - 2m^5n^8 + 3m^{12}n^{11}$$

Ejemplo 2

Determine el cociente y el residuo al realizar la división de polinomios siguiente:

$$(4a^2 + 7a - 3) \div (a + 1)$$

Solución:

$$\begin{array}{rrr|l} 4a^2 & +7a & -3 & a+1 \\ \cline{4-4} -4a^2 & -4a & & 4a+3 \\ \hline 0 & 3a & -3 & \\ & -3a & -3 & \\ \cline{1-3} & & -6 & \end{array}$$

El algoritmo para este tipo de divisiones es bastante sencillo, lo que se debe es tener especial cuidado en los productos. Lo que primeramente debemos hacer es buscar una expresión que al multiplicarla por "a" de por resultado $4a^2$, en este caso dicha expresión seria $4a$. El detalle es que al pasarlo al lado izquierdo este debe cambiar de signo, es por esto que se nota el $-4a^2$, seguido se vuelve multiplicar el $4a$ por el 1 que da por resultado a pasar al lado izquierdo $-4a$. Luego de esto para eliminar términos se suma de manera vertical. Ahora como debemos eliminar el $3a$ procedemos de manera análoga a los pasos anteriores, encontrando que el 3 es el indicado para seguir con el algoritmo.

Es con esto que se llega a determinar que el residuo es -6 y el cociente $4a + 3$.

Nota: Consultar al o la docente sobre el método de división sintética para resolver este tipo de ejercicios.

Trabajo cotidiano # 5

Institución: ____________________________

Profesor: ______________________________

Nombre del estudiante: ____

Unidad: Relaciones y álgebra

Fecha:______________________ Periodo: _________________

Indicadores	**Nivel de desempeño**		
	(A) **Logrado** **3 puntos**	**(B) logrado** **Parcial** **2 puntos**	**(C)** **En proceso** **1 punto**
Habilidades: **Efectuar división de polinomios.**			
(A) Se evidencia comprensión total de las actividades propuestas para cada indicador. Incluye todos los elementos requeridos en la actividad.			
(B) Se evidencia comprensión parcial de las actividades propuestas para cada indicador. Incluye un alto porcentaje de los elementos requeridos para la actividad.			
(C) No comprendió las actividades planteadas por lo que requiere acompañamiento.			

Instrucciones: Resuelva de manera completa, clara y precisa cada uno de los siguientes ejercicios. De requerir hojas adicionales proceda a adjuntarlas a su trabajo.

1. Realice las siguientes divisiones de polinomios entre monomio.

a. $\frac{10x^2y^3-12x^3y}{2x^2y}$	b. $(14a^3b-82ab^2)\div\frac{ab}{2}$

c. $(6mn - 18m^2n - 12mn) \div 6mn$	d. $\frac{12a^3b^2c-18a^4b^5c^2}{6a^2bc}$
e. $(12a^7x^5 - 18a^5x^4 + 6a^3x^3) \div 3a^2x^2$	f. $(4m^3n^2 - 6m^3n^3 + 2m^3n^4) \div 2m^2$
g. $\frac{200y^{10}z-350y^9z^5+550y^6z^2}{50z}$	h. $\frac{25x^3-10-15x^9+5x}{5x}$
i. $(6a^8b^8 - 3a^6b^6 - a^2b^3) \div 3a^2b^3$	j. $(2a^m - 3a^{m+3} + 6a^{m+4}) \div -3a^m$

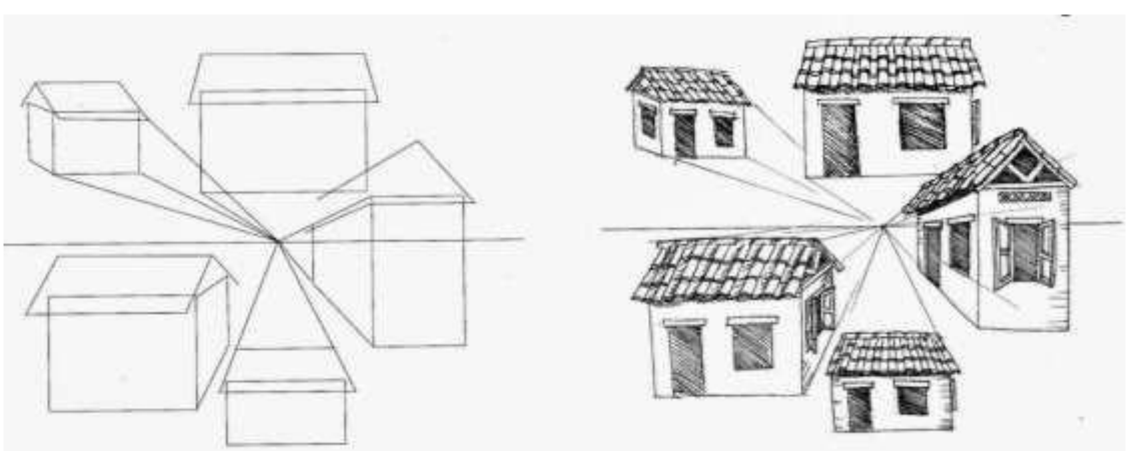
2. En cada una de las siguientes divisiones de polinomios entre polinomios determine el cociente y el residuo.

a. $(a^2 - 15a + 56) \div (a - 3)$	b. $(m^3 + 3m - 4m^2) \div (m - 3)$
c. $(3a^2 + 2a - 8) \div (a + 2)$	d. $(6x^3 + x^2 + x + 2) \div (3x + 2)$

e. $\frac{6y^3-5y^2-8y+3}{2y-3}$	f. $\frac{6x^3+x^2+x+2}{3x+2}$
g. $(4x^3-2x+3) \div (x-5)$	h. $(3x^2+2x-8) \div (x+2)$

Factorización de polinomios

- Factor común.
- Trinomio cuadrado perfecto.
- Inspección
- Completar cuadrados
- Diferencia de cuadrados
- Agrupación
- Racionalización
- Suma y resta de cubos



Aplicando Conceptos 

Ejemplo 1

Utilice factor común para factorizar el siguiente polinomio $16x^4y + 8y^3x^2 - 4y^8x^5$

Solución:

Cuando el método de factorización se orienta a utilizar factor común se deben tomar primeramente los coeficientes numéricos de todos los términos y obtener de ellos el máximo común divisor de los mismos. En este caso el MCD de los coeficientes 16 8 4 es 4. Ahora debemos analizar los literales para los cuales debemos tener presente que, si el mismo literal se repite en todos los términos, se debe tomar el de menor exponente.

Con lo anterior el literal común sería x^2y. Es así que el factor común de la expresión es $4x^2y$.

Ahora como siguiente paso, se debe dividir cada término del polinomio entre el factor común para poder determinar todos los restantes componentes. Con todo esto la expresión final seria $\boldsymbol{4x^2y\,(4x^2 + 2y^2 - y^7x^3)}$

Ejemplo 2

Utilice trinomios cuadrados perfectos para factorizar el siguiente polinomio

$$4x^2 + 20x + 25$$

Solución:

El método de trinomios cuadrados perfectos consiste en obtener la raíz cuadrada de los extremos del polinomio (una vez ordenado del mismo) y verificar que, al sumar los productos en equis, estos den por resultado el termino central.

$$\begin{array}{ccccc} 4x^2 & + & 20x & + & 25 \\ 2x & & & & 5 \\ 2x & & & & 5 \end{array}$$

$$10x + 10x = 20x$$

Ahora como se verifica el término central, debemos determinar los factores de manera lineal.

Para este caso los mismos son $(2x + 5)\,(2x + 5) = (2x + 5)^2$

Ejemplo 3

Factorice el trinomio $x^2 - 7x - 8$ utilizando inspección

Solución:

En este caso se trabaja de manera similar que los trinomios cuadrados perfectos a diferencia que los extremos no precisamente corresponden a raíces cuadradas perfectas. Por lo que la verificación deberá llevar varias pruebas y error.

$$x^2 \quad - \quad 7x \quad - \quad 8$$

$$\begin{array}{lr} x & -8 \\ x & 1 \end{array}$$

$$-8x + 1x = -7x$$

Note que por ejemplo $4 * -2 = -8$ pero este producto no nos da el término central, a lo que el producto deseado seria $8 * -1 = -8$.

Ahora de manera final tomamos los factores de manera lineal para llegar a determinar que

$x^2 - 7x - 8 = (x - 8)\ (x + 1)$.

Ejemplo 4

Factorice el siguiente polinomio

$$16 - a^4$$

Solución:

Lo anterior posee la estructura de una diferencia de cuadrados, con lo que debemos aplicar la expresión $a^2 - b^2 = (a + b)\ (a - b)$. Observemos que la raíz cuadrada de 16 es 4 y de a^4es a^2. Con esto $16 - a^4$ es equivalente a decir que

$$(4 - a^2)\ (4 + a^2)$$

En este caso la expresión $(4 + a^2)$ ya no es factorizable mientras que $(4 - a^2)$ es factorizable nuevamente por diferencia de cuadrados

$$(2 - a)\ (2 + a)\ (4 + a^2)$$

Ejemplo 5

Factorice el polinomio $xa - 5x + 3a - 15$ mediante agrupación

Solución:

Para este método primeramente debemos tomar términos que posean algo en común. Por eso vamos a tomar $xa + 3a$ y por el otro lado $-5x - 15$ a estos términos les sacamos factor común

$xa + 3a = a\ (x + 3)$

$-5x - 15 = -5(x + 3)$

Al salir $(x + 3)$ en ambas operaciones tomamos a este como un factor, mientras que de los factores comunes obtenemos el segundo factor. Con esto

$$xa - 5x + 3a - 15 = (a - 5)\ (x + 3)$$

$$\frac{49}{4}$$

Ejemplo 6

Complete cuadrados para factorizar el polinomio $x^2 + 5x - 6$

Solución:

Para completar cuadrados debemos utilizar la fórmula

$x^2 + bx + \left(\frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2 + c$ que en este caso tenemos que $a = 1, b = 5$ y $c = -6$

$x^2 + 5x + \left(\frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 6$ ahora seguidamente tomamos la expresión $-\left(\frac{5}{2}\right)^2 - 6$ y la desarrollamos, la cual nos da por resultado $-\left(\frac{5}{2}\right)^2 - 6 = \frac{-49}{4}$ es así como la expresión anterior se convierte en la siguiente

$x^2 + 5x + \left(\frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 6 = \left(x^2 + 5x + \frac{25}{4}\right)^2 - \frac{49}{4}$

Que es equivalente a escribir $\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{49}{4}$ en esta expresión si utilizamos diferencia de cuadrados tendríamos

$$\left(x + \frac{5}{2} - \frac{7}{2}\right)\left(x + \frac{5}{2} + \frac{7}{2}\right) = (x - 1)(x + 6)$$

Trabajo cotidiano # 6

Institución: ___________________________

Profesor: _____________________________

Nombre del estudiante: ____

Unidad: Relaciones y álgebra

Fecha: ______________________ Periodo: ________________

<table>
<tr><th rowspan="2">Indicadores</th><th colspan="3">Nivel de desempeño</th></tr>
<tr><th>(A)
Logrado
3 puntos</th><th>(B) logrado
Parcial
2 puntos</th><th>(C)
En proceso
1 punto</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Habilidades:
- Factorizar y simplificar expresiones algebraicas.
- Racionalizar el denominador o numerador de expresiones algebraicas.</td></tr>
<tr><td colspan="4">(A) Se evidencia comprensión total de las actividades propuestas para cada indicador. Incluye todos los elementos requeridos en la actividad.</td></tr>
<tr><td colspan="4">(B) Se evidencia comprensión parcial de las actividades propuestas para cada indicador. Incluye un alto porcentaje de los elementos requeridos para la actividad.</td></tr>
<tr><td colspan="4">(C) No comprendió las actividades planteadas por lo que requiere acompañamiento.</td></tr>
</table>

Instrucciones: Resuelva de manera completa, clara y precisa cada uno de los siguientes ejercicios. De requerir hojas adicionales proceda a adjuntarlas a su trabajo.

1. Utilice factor común para factorizar las siguientes expresiones

a. $100a - 150b$	b. $40pq - 85pr + 125pt$
c. $44b + 11$	d. $12x^8 + 2x^5 - 30x^4$
e. $21a^2 + 7a$	f. $15p^3 - 100p$

g. $30x^7 + 90x^{12} - 66x$	h. $12my^2 + 110x^2m$

i. $x^5 + x^3 + x^2$	j. $5m^3n^2 - 10m^2n^3 + 15m^3n^3$
k. $ax^3 + bx + cx$	l. $m3n2 + m2n3 + m2n2$
m. $(m - n)x^2 + (m - n)y^2$	n. $5a(2x + 3y) - 7b(2x + 3y)$
o. $6(y - 2)^2 - 36y(y - 2)^5$	p. $40xy(a + b)^3 - 10x^2y^6(a + b)^2$

q. $\frac{1}{2}x^2y^3 + \frac{1}{6}y^3x^2 - \frac{1}{12}x^5y$	r. $16x^3y^2 - 8x^2y - 24x^4y^2 - 40x^2y^3$
s. $a^2b^2c^2 - a^2c^2x^2 + a^2c^2$	t. $9a^2 - 12ab + 15a^3b^2 - 24ab^3$

2. Utilice trinomios cuadrados perfectos para factorizar los siguientes polinomios.

a. $r^2 + 6r + 9$

b. $36 + 60t + 25t^2$

c. $49a^2 - 28ab + 4b^2$

d. $1 - 4x + 4x^2$

e. $1 + 49a^2 - 14a$

f. $a^8 + 18a^4 + 81$

g. $x^6 - 2a^3b^3 + b^6$

h. $9b^2 - 30a^2b + 25a^4$

i. $1 + a^{10} - 2a^5$

j. $121 + 198x^6 + 81x^{12}$

3. Utilice inspección para factorizar los siguientes polinomios.

a. $x^2 + 5x + 6$

b. $x^2 - 7x + 12$

c. $a^2 + 2a - 15$

d. $x^2 - 5x - 14$

e. $n^2 - 13n + 40$

f. $y^2 - 11y - 12$

g. $x^2 + 28x - 29$

h. $m^2 + 6m - 216$

i. $8x^2 - 66x + 108$

j. $m^2 + 5m - 14$

4. Utilice completar cuadrados para factorizar los siguientes polinomios.

a. $x^2 - 6x + 8$

b. $x^2 - 3x - 10$

c. $-x^2 + 8x + 9$

d. $4x^2 + 14x + 12$

e. $x^2 + 6x - 16$

f. $x^2 + 11x + 30$

5. Racionalice los siguientes denominadores.

a. $\frac{1}{\sqrt{3}}$

b. $\frac{5}{\sqrt{2}}$

5. Utilice agrupación para factorizar los siguientes polinomios.

a. $15ax + 8by - 20ay - 6xb$	b. $mx - my + nx - ny + tx - ty$

c. $20mb - 12an + 15am - 16nb$	d. $ax + bz - az - bx + by - ay$
e. $9ac - 6ad + 4bd - 6bc$	f. $ax + bx + ay + by$
g. $3m^2 - 6mn + 4m - 8n$	h. $2x^2 - 3xy - 4x + 6y$

6. Racionalice los siguientes denominadores.

a. $\frac{1}{\sqrt{3}}$

b. $\frac{5}{\sqrt{2}}$

c. $\frac{3}{4\sqrt{5}}$

d. $\frac{2a}{\sqrt{2ax}}$

e. $\frac{5}{\sqrt[3]{4a^2}}$

f. $\frac{1}{\sqrt[3]{9x}}$

7. Utilice diferencia de cuadrados para factorizar las siguientes expresiones.

a. $9 - 100x^2$

b. $49 - x^2$

c. $169 - x^2$

d. $81 - 9a^2$

e. $a^4 - b^2$

f. $4x^2 - 81y^4$

g. $1 - 9a^2b^4c^6d^8$

h. $h^4 - c^2$

i. $361x^{14} - 1$

j. $\frac{1}{4} - 9a2$

m. $(x + y)^2 - a^2$

n. $9 - (m + n)^2$

8. Utilice combinación de los métodos anteriores para factorizar los siguientes polinomios.

a. $a^2x^2 - a^2 - x^2 + 1$

b. $4abx^2 + 12abxy + 9aby^2$

c. $2a^2x - 8abx + 8b^2x$

d. $am^2 + n^2b - m^2b - n^2a$

e. $x^3 - x$

f. $18x^5y - 24x^3y^2 + 8xy^3$

g. $27x^3y + 90x^2y^2 + 75xy^3$

h. $3x^8 - 18x^2y + 27xy^2$

Trabajo Extra clase (tarea)# 2

Institución: ____________________________

Profesor: ______________________________

Nombre del estudiante: ____

Unidad: Relaciones y álgebra

Fecha: ______________________ Periodo: _________________

Indicadores	**Nivel de desempeño**		
	(A) Logrado 3 puntos	**(B) logrado Parcial 2 puntos**	**(C) En proceso 1 punto**

Habilidades:

- **Factorizar y simplificar expresiones algebraicas.**
- **Racionalizar el denominador o numerador de expresiones algebraicas.**

(A) Se evidencia comprensión total de las actividades propuestas para cada indicador. Incluye todos los elementos requeridos en la actividad.

(B) Se evidencia comprensión parcial de las actividades propuestas para cada indicador. Incluye un alto porcentaje de los elementos requeridos para la actividad.

(C) No comprendió las actividades planteadas por lo que requiere acompañamiento.

Instrucciones: Resuelva de manera completa, clara y precisa los siguientes ejercicios, de requerir hojas adiciones puede hacerlo.

Factorice al máximo los siguientes polinomios, mediante el método adecuado.

1. $4x^2 + 5x - 9$

2. $ace + bcf + adf + ade + bdf + acf + bce + bde$

3. $256a^{12} - 289b^4m^{10}$

4. $(x - y)^2 - (c + d)^2$